Calcul intégral.

Question 1 **Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont exactes.** **/ 5**

Soit $D=]0\ ;\ 1[\cup]1\ ;\ +\infty[$ et $f{:}D\mapsto\mathbb{R}$ définie par $f(x)=\dfrac{1}{x\ln(x)}$.

Alors:

☐

Sur $]1\ ;\ +\infty[$, une primitive F de f est : $F(x)=-\dfrac{1}{\ln^2(x)}$

☐

f est continue sur $]0\ ;\ 1[$

☐

0}}(x)=+\infty" src="data:image/png;base64,
iVBORw0KGgoAAAANSUhEUgAAAF4AAAAqBAMAAADIT/GKAAAAAXNSR0IB2cksfwAAAB5QTFRF////wMDAhISEAAAAQkJCYWFh19fXoaGh7O...
data-latex="\displaystyle\lim_{\stackrel{x\to 0}{x>0}}(x)=+\infty">

☐

$\displaystyle\int_2^4 f(x)\ \mathrm{d}x=\ln(2)$

☐

f admet une primitive sur $]0\ ;\ 1[$

Question 2 **Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont exactes.** **/ 5**

Soit f la fonction définie sur $[-\pi\ ;\ \pi]$ par $f(x)=\dfrac{\pi+x}{2}$ si $x\in[-\pi\ ,\ 0[$ et $f(x)=\dfrac{\pi-x}{2}$ si $x\in[0\ ,\ \pi]$.

Alors :

☐

La valeur moyenne de f sur $[-\pi\ ;\ \pi]$ est $\displaystyle\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\ \mathrm{d}x$

☐

$\displaystyle\int_{-\pi}^{0}f(x)\ \mathrm{d}x=\int_0^{\pi}f(x)\ \mathrm{d}x$

☐

f est dérivable sur $[-\pi\ ;\ \pi]$

☐

La valeur moyenne de f sur $[-\pi\ ;\ \pi]$ est $\dfrac{\pi}{4}$

☐

f est continue sur $[-\pi\ ;\ \pi]$

Calcul intégral.

Question 3 **Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont exactes.** **/ 5**

Soit $f(t)=\dfrac{t+2}{t+1}$ et $I=\displaystyle\int_0^1 f(t)\ \mathrm{d}t$ on a:

☐

$I=1+\ln 2$

☐

Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ et $k\in\{0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ \cdots\ ;\ n-1\}$ on a $\dfrac{1}{n}f\left(\dfrac{k+1}{n}\right)\leqslant\displaystyle\int_{\frac{k}{n}}^{\frac{k+1}{n}} f(t)\ \mathrm{d}t\leqslant\dfrac{1}{n}f\left(\dfrac{k}{n}\right)$

☐

$I\geqslant 1$

☐

$I=\displaystyle\int_0^1\left(1+\frac{1}{t+1}\right)\ \mathrm{d}t$

☐

$\left(\dfrac{1}{n}f\left(\dfrac{1}{n}\right)+\dfrac{1}{n}f\left(\dfrac{2}{n}\right)+\dfrac{1}{n}f\left(\dfrac{3}{n}\right)+\dfrac{1}{n}f\left(\dfrac{4}{n}\right)+\cdots+\dfrac{1}{n}f\left(\dfrac{n}{n}\right)\right)\leqslant I$

Question 4 **Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont exactes.** **/ 5**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x\mathrm{e}^{-2x}$.

Alors:

☐

$\displaystyle\int_0^1 f(x)\ \mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left[f(0)-f(1)+\int_0^1\mathrm{e}^{-2x}\ \mathrm{d}x\right]$

☐

Pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a $f'(x)+2f(x)=\mathrm{e}^{-2x}$

☐

$\displaystyle\int_0^1 f(x)\ \mathrm{d}x=\frac{1-2\mathrm{e}^{-2}}{2}$

☐

$\displaystyle\int_0^1 f(x)\ \mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^1\mathrm{e}^{-2x}\ \mathrm{d}x$

☐

$\displaystyle\int_0^1 -2\mathrm{e}^{-2x}\ \mathrm{d}x=\mathrm{e}^{-2}-1$

Calcul intégral.

Question 5 **Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont exactes.** **/ 5**

Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$, de valeur moyenne 4 sur $[-2\ ;\ 2]$.

Alors on peut affirmer que :

☐

Pour tout $x\in[-2\ ;\ 2]$, $f(x)\geqslant 0$

☐

$\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x=2$

☐

La valeur moyenne de $f^2\left(x\mapsto(f(x))^2\right)$ sur $[-2\ ;\ 2]$ est 16

☐

Il existe $a\in[-2\ ;\ 2]$, $f(a)=4$

☐

f n'est pas une fonction impaire